Streszczenie

Celem niniejszej pracy jest badanie osobliwości *minimalizujących* przekształceń harmonicznych oraz biharmonicznych.

W pierwszej części zajmujemy się problemem przekształceń harmonicznych. *Minimalizujące* przekształcenia harmoniczne z nałożonymi warunkami brzegowymi mogą być osobliwe. Koncentrujemy się na modelowym przypadku przekształceń z trójwymiarowej kuli w dwuwymiarową sferę. Dla pewnych warunków brzegowych wiadomo, że odpowiadające im minimalizujące przekształcenia harmoniczne muszą mieć osobliwości oraz że energia Dirichleta tych przekształceń jest ściśle mniejsza niż infimum energii wzięte po przekształceniach ciągłych (zachodzi tak zwane *zjawisko Ławrentiewa*). Dowodzimy, że zjawisko Ławrentiewa dla minimalizujących przekształceń harmonicznych w sfery zachodzi na gęstym zbiorze $\mathcal{S}$ gładkich przekształceń brzegowych $\varphi : \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^2$ w topologii $W^{1,p}$, gdzie $1 \leq p < 2$. Wynik ten nie jest prawdziwy w topologii $W^{1,2}$, w tym sensie może być rozumiany jako optymalny.

W drugiej części analizujemy przypadek *minimalizujących* przekształceń biharmonicznych o wartościach w zwartych rozmaitościach. Pierwszym krokiem jaki należy podjąć studiując osobliwości takich przekształceń jest pytanie o brzegową regularność. Otrzymujemy warunkowy wynik — zakładając brzegową formułę monotoniczną pokazujemy regularność *minimalizujących* przekształceń biharmonicznych przy brzegu. Spodziewamy się, że wynik można wzmocnić, to znaczy, że dla dostatecznie gładkich warunków brzegowych formuła monotoniczna jest spełniona przez wszystkie minimalizujące przekształcenia biharmoniczne.